



数与式的复习

例 1. 计算: $|\sqrt{2}| + (-2023)^0 - 2\sin 45^\circ - (\frac{1}{2})^{-1}$.

例 2. 先化简, 再求值: $(-a+2)(2+a) - 2a(a+3) + 3a^2$, 其中 $a = -\frac{1}{3}$.

例 3. 分解因式:

(1) $m(a-3) + 2(3-a)$; (2) $3ax^2 + 6axy + 3ay^2$

例 4. 计算: (1) $\frac{4x}{3y} \cdot \frac{y}{2x^3}$; (人教版八上第 136 页例 1(1))

(2) $\frac{1}{49-m^2} \div \frac{1}{m^2-7m}$. (人教版八上第 136 页例 2(2))

例 5. 计算: (1) $(4\sqrt{2}-3\sqrt{6}) \times 2\sqrt{2}$; (人教版八下第 14 页例 3(2))

(2) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$. (人教版八下第 14 页例 4(2))



例 6. 已知 $a + b = 5$, $ab = 3$, 求: $a^2 + b^2$ 的值. (人教版八上第 112 页习题 14.2 第 7 题)

变式 1. 已知 $a + b = 5$, $ab = 3$, 求: $(a - b)^2$ 的值.

变式 2. 已知 $a - b = 5$, $ab = 3$, 求: $a^2 + b^2$, $(a + b)^2$ 的值.

变式 2. 已知 $a - b = 5$, $ab = 3$, 求: $a^2 + b^2$, $(a + b)^2$ 的值.

变式 3. 已知 $a + \frac{1}{a} = 3$, 求 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值.

变式 4. 已知 $a^2 - 3a + 1 = 0$, 求 $a^2 + \frac{1}{a^2}$, $a^4 + \frac{1}{a^4}$ 的值.



数与式的复习答案

例 1. 计算: $|\sqrt{2}| + (-2023)^0 - 2\sin 45^\circ - (\frac{1}{2})^{-1}$.

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= \sqrt{2} + 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 2 \\ &= \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} - 2 \\ &= -1 \end{aligned}$$

例 2. 先化简, 再求值: $(-a+2)(2+a) - 2a(a+3) + 3a^2$, 其中 $a = -\frac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= 4 - a^2 - 2a^2 - 6a + 3a^2 \\ &= 4 - 6a \end{aligned}$$

$$\text{当 } a = -\frac{1}{3} \text{ 时,}$$

$$\text{原式} = 4 - 6 \times (-\frac{1}{3}) = 6$$

例 3. 分解因式:

$$(1)m(a-3) + 2(3-a); \quad (2)3ax^2 + 6axy + 3ay^2$$

$$\begin{aligned} \text{解: (1)原式} &= 4 - a^2 - 2a^2 - 6a + 3a^2 \\ &= 4 - 6a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)原式} &= 3a(x^2 + 2xy + y^2) \\ &= 3a(x+y)^2 \end{aligned}$$

例 4. 计算: (1) $\frac{4x}{3y} \cdot \frac{y}{2x^3}$; (人教版八上第 136 页例 1(1))

$$\begin{aligned} \text{解: (1)原式} &= \frac{4xy}{6x^3y} \\ &= \frac{2}{3x^2} \end{aligned}$$

例 4. 计算: (2) $\frac{1}{49-m^2} \div \frac{1}{m^2-7m}$. (人教版八上第 136 页例 2(2))

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= -\frac{1}{m^2-49} \cdot (m^2-7m) \\ &= -\frac{m(m-7)}{(m+7)(m-7)} \\ &= -\frac{m}{m+7} \end{aligned}$$

例 5. 计算: (1) $(4\sqrt{2}-3\sqrt{6}) \times 2\sqrt{2}$; (人教版八下第 14 页例 3(2))

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} - 3\sqrt{6} \times \sqrt{2} \\ &= 16 - 6\sqrt{3} \end{aligned}$$



例 5. 计算: $(2)(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$. (人教版八下第 14 页例 4(2))

$$\begin{aligned}\text{解: 原式} &= (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= 5 - 3 \\ &= 2\end{aligned}$$

例 6. 已知 $a + b = 5, ab = 3$, 求: $a^2 + b^2$ 的值. (人教版八上第 112 页习题 14.2 第 7 题)

$$\begin{aligned}\text{解: } a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= 5^2 - 2 \times 3 \\ &= 19.\end{aligned}$$

变式 1. 已知 $a + b = 5, ab = 3$, 求: $(a - b)^2$ 的值.

$$\text{解: } (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 5^2 - 4 \times 3 = 13.$$

变式 2. 已知 $a - b = 5, ab = 3$, 求: $a^2 + b^2, (a + b)^2$ 的值.

$$\begin{aligned}\text{解: } a^2 + b^2 &= (a - b)^2 + 2ab \\ &= 5^2 + 2 \times 3 \\ &= 31.\end{aligned}$$

变式 2. 已知 $a - b = 5, ab = 3$, 求: $a^2 + b^2, (a + b)^2$ 的值.

$$\begin{aligned}\text{解: } (a + b)^2 &= (a - b)^2 + 4ab \\ &= 5^2 + 4 \times 3 \\ &= 37.\end{aligned}$$

变式 3. 已知 $a + \frac{1}{a} = 3$, 求 $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 的值.

$$\text{解: } a^2 + \frac{1}{a^2} = (a + \frac{1}{a})^2 - 2a \cdot \frac{1}{a} = 3^2 - 2 = 7.$$

变式 4. 已知 $a^2 - 3a + 1 = 0$, 求 $a^2 + \frac{1}{a^2}, a^4 + \frac{1}{a^4}$ 的值.

$$\text{解: } \because a^2 - 3a + 1 = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = (a + \frac{1}{a})^2 - 2a \cdot \frac{1}{a} = 3^2 - 2 = 7;$$

$$a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2 + \frac{1}{a^2})^2 - 2a^2 \cdot \frac{1}{a^2} = 7^2 - 2 = 47.$$